

# TRANSFERTS de MASSE et ECHANGEURS de CHALEUR

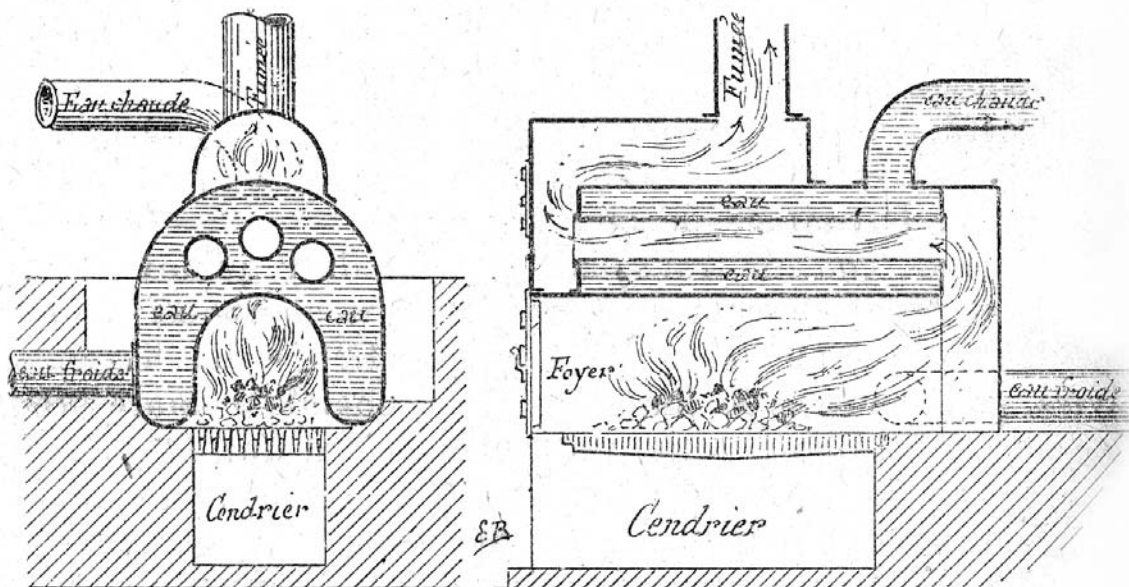


Fig. 1602, 1603. — Chaudière thermosiphon.

<b>NOMENCLATURE</b>	- 153 -
<b>1. INTRODUCTION</b>	- 154 -
<b>1.1. Qu'appelle-t-on échangeur de chaleur?</b>	- 154 -
<b>1.2. Les modes de transferts</b>	- 154 -
<b>1.3. Les fluides utilisés</b>	- 154 -
<b>2. LES DIFFERENTES TECHNOLOGIES</b>	- 155 -
<b>2.1. Tube simple</b>	- 155 -
<b>2.2. Echangeur plan</b>	- 155 -
<b>2.3. Tubes coaxiaux</b>	- 155 -
<b>2.4. Modèle à faisceaux de tubes</b>	- 155 -
<b>2.5. Modèle à plaques</b>	- 156 -
<b>3. ETUDE THERMIQUE D'UN ECHANGEUR</b>	- 157 -
<b>3.1. Résistances et conductances thermiques</b>	- 157 -
<b>3.2. Efficacité d'un échangeur</b>	- 158 -
<b>3.3. La conduite cylindrique</b>	- 158 -
3.3.1. Ecriture du bilan énergétique	- 159 -
3.3.2. Calcul de $T = f(x)$	- 159 -
3.3.3. Calcul des pertes de chaleur pour l'ensemble du tube $\Phi_p$	- 160 -
<b>3.4. Echangeur à tubes coaxiaux ou à plaques</b>	- 160 -
3.4.1. Position du problème	- 160 -
3.4.2. Les équations d'échange	- 161 -
3.4.3. Méthode du DTLM (Différence de Température Logarithmique Moyenne)	- 161 -
<b>3.5. Méthode du NUT (Nombre d'Unité de Transfert)</b>	- 163 -
3.5.1. Principe	- 163 -
3.5.2. Application au tube simple	- 163 -
<b>4. BIBLIOGRAPHIE</b>	- 163 -

## NOMENCLATURE

c	chaleur massique	en J/kg.°C
e	épaisseur	en m
E	efficacité	sans dimension
h	coefficient d'échange superficiel	en W/m <sup>2</sup> .°C
k	conductance linéique	en W/m.°C
K	conductance surfacique	en W/m <sup>2</sup> .°C
l	longueur	en m.
NUT	nombre d'unité de transfert	sans dimension
qm	débit massique	en kg/s
r	rayon	en m
R	résistance thermique	°C/W
S	surface	en m <sup>2</sup>
T	température	en °C ou K

### Symboles grecs

$\phi$	flux de chaleur en Watt.
$\rho$	masse volumique en kg/m <sup>3</sup>
$\lambda$	conductivité thermique en W/m.°C
$\Delta T$	écart de température en °C

### Indices

max	maximum
min	minimum
f	froid
c	chaud
e	entrée
s	sortie
T	total
m	massique

## 1. INTRODUCTION

### ***1.1. QU'APPELLE-T-ON ECHANGEUR DE CHALEUR?***

Un échangeur de chaleur a, comme son nom l'indique, pour fonction de transférer de la chaleur d'un milieu fluide vers un autre.

Ce sont des éléments couramment rencontrés autour de nous dans le bâtiment (radiateur) mais aussi dans un grand nombre d'applications industrielles. Chaque fois que l'on veut évacuer de la chaleur pour diminuer le risque (radiateur automobile, composants électroniques, centrales nucléaires) ou récupérer de la chaleur pour l'utiliser (radiateur...) il est fait appel à un échangeur de chaleur.

Généralement pour assurer efficacement cet échange de chaleur au moins un des fluides est mis en mouvement (pompe, ventilateur). Pour augmenter cet échange, et donc le transfert d'énergie, il peut être fait appel au changement de phase (condenseurs, évaporateurs, bouilleurs...) système utilisé couramment dans les machines thermiques ou les caloducs ; nous ne traiterons pas ici cet aspect.

### ***1.2. LES MODES DE TRANSFERTS***

Tous les modes de transferts sont mis en jeu dans les échangeurs de chaleur.

#### ***Transferts de chaleur tout d'abord***

La conduction apparaît toujours dans la paroi qui a pour fonction de séparer les 2 fluides qui doivent échanger de la chaleur. Cette paroi généralement métallique et de faible épaisseur a en conséquence une résistance thermique faible.

Le rayonnement quand à lui en raison des niveaux de températures faibles est le mode de transfert le moins prépondérant. Toutefois, pour certaines applications (exemple : chaudière avec brûleur) il est loin d'être négligeable.

La convection en raison des fluides mis en jeu est sans doute le mode le plus important et le plus délicat à estimer. Elle dépend fortement du type de fluide à utiliser, des vitesses mises en jeu et de la géométrie de l'échangeur.

#### ***Transferts de masse ensuite***

Les fluides étant en mouvement afin d'assurer le transfert d'énergie ce transfert de masse est l'élément moteur de l'analyse thermique d'un échangeur. Nous verrons comment le mettre en œuvre dans les applications.

### ***1.3. LES FLUIDES UTILISES***

Les échangeurs de chaleur mettent en jeu 2 fluides qui peuvent avoir des propriétés très différentes. Par exemple le radiateur d'un local a pour fluide interne de l'eau et est situé dans de l'air.

Le choix des fluides est conditionné par des critères de coût (l'eau et l'air sont les plus intéressants), de tenue aux températures (élevées ou négatives), de performance de transfert d'énergie (forte capacité calorifique) et aussi de compatibilité avec les matériaux utilisés par

l'échangeur (corrosion...). Nous donnons ci-après quelles propriétés de différents fluides rencontrés dans les échangeurs.

Tableau 1

Suivant le type de fluide utilisé et sa vitesse relative par rapport à la paroi d'échange, les valeurs des coefficients d'échange peuvent prendre des valeurs très diverses.

## 2. LES DIFFERENTES TECHNOLOGIES

### 2.1. TUBE SIMPLE

C'est tout simplement un tuyau (ou une gaine) dans lequel circule un fluide, ce tuyau étant situé dans un autre fluide supposé immobile et à une température uniforme. Deux objectifs très différents peuvent être fixés pour l'étude de ce tube :

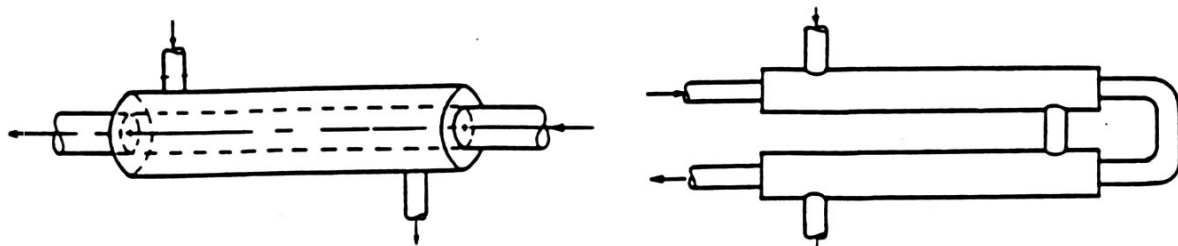
- diminuer les échanges, la solution est alors l'isolation
- augmenter les échanges, c'est à dire assurer la fonction échangeur. Plusieurs solutions sont alors envisageables.

### 2.2. ECHANGEUR PLAN

Il s'agit du radiateur (chauffage d'une pièce ou refroidissement du moteur d'un véhicule) dans lequel un fluide circule généralement à l'aide d'une pompe. Ce radiateur échange avec de l'air supposé à une température uniforme.

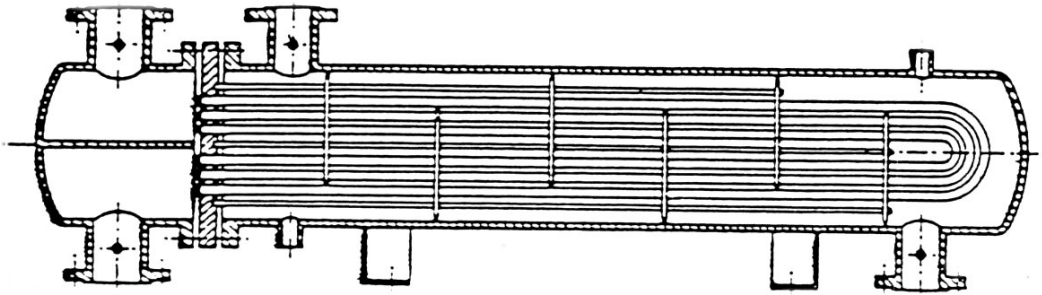
### 2.3. TUBES COAXIAUX

Ce système est constitué de deux tubes concentriques dans lesquels circulent deux fluides dans le même sens ou en sens inverse. Les puissances mises en jeu ne sont pas très importantes mais peuvent suffire pour certaines applications



### 2.4. MODELE A FAISCEAUX DE TUBES

Pour assurer des échanges importants il faut et il suffit que la longueur de tubes soit importante. De nombreuses solutions dans le domaine industriel existent. Nous donnons ci-après un exemple particulier.

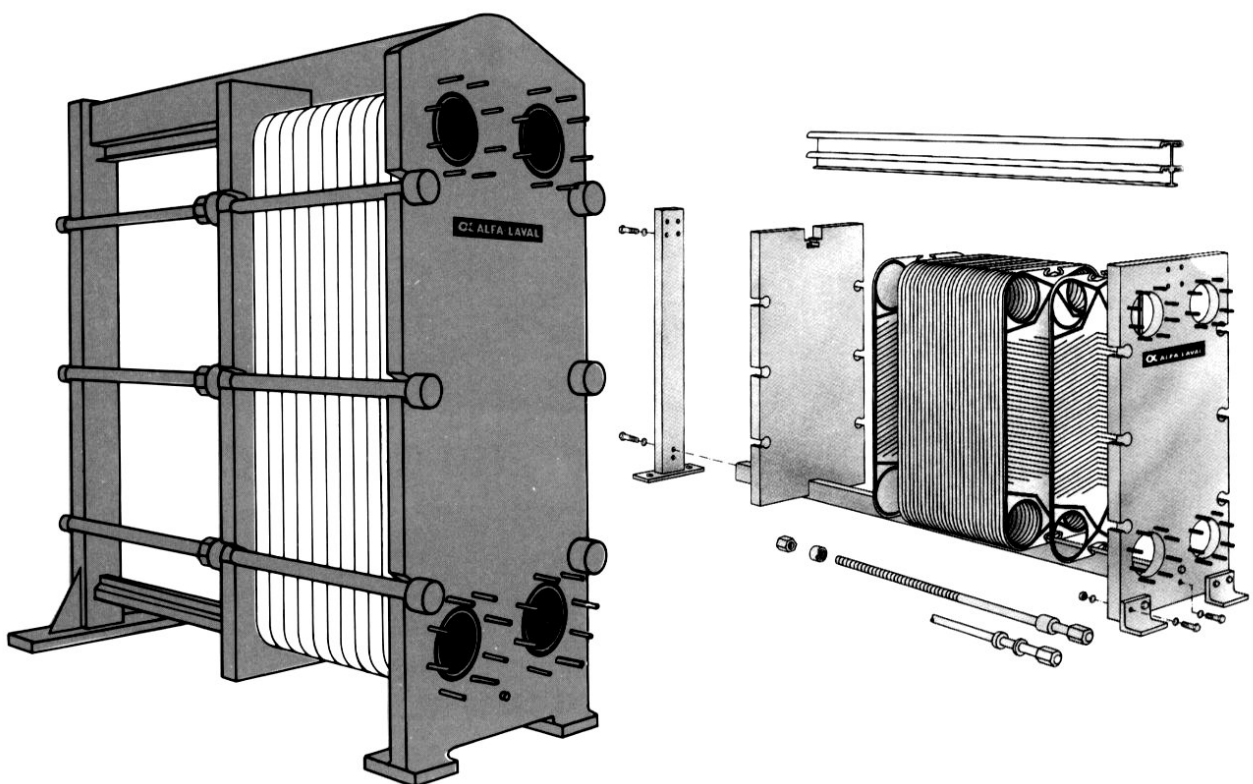


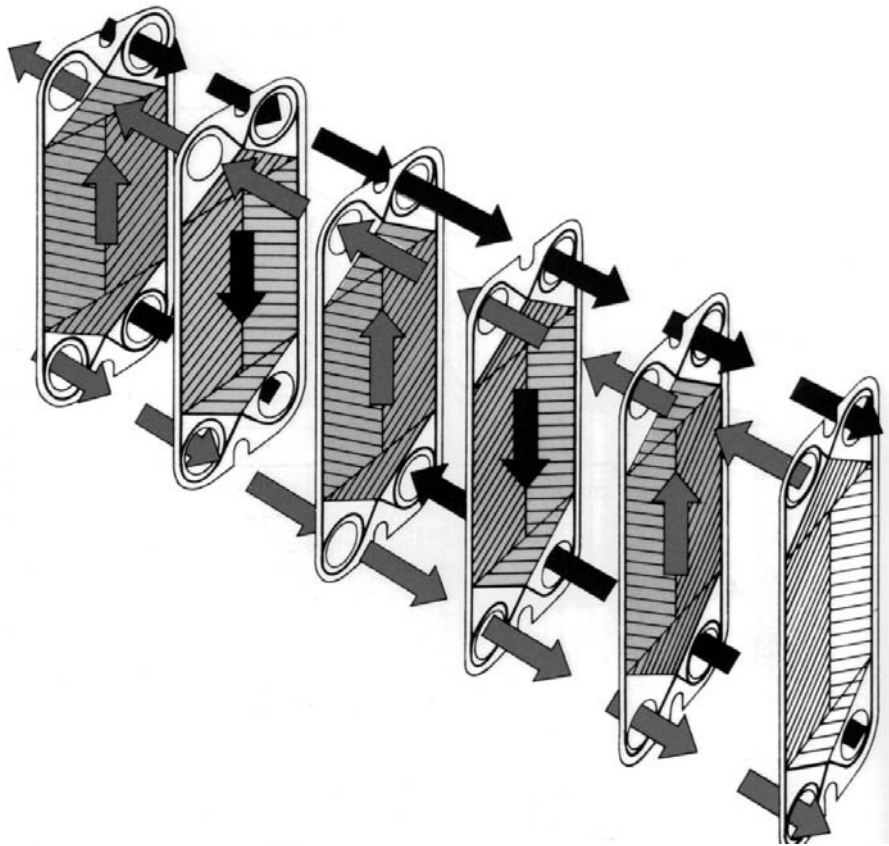
## 2.5. MODELE A PLAQUES

Ce système est couramment rencontré dans le domaine du bâtiment en raison de sa performance et de son faible encombrement.

Le principe est le suivant. Des plaques métalliques sont empilées ; entre chaque plaque circule alternativement les deux fluides qui s'échangent par l'intermédiaire de la plaque de la chaleur.

On peut ainsi assurer une grande surface d'échange dans un faible volume. Le problème majeur est naturellement d'assurer une bonne étanchéité mais aussi éviter l'encrassement.





### 3. ETUDE THERMIQUE D'UN ECHANGEUR

#### 3.1. RESISTANCES ET CONDUCTANCES THERMIQUES

Ce calcul fait appel aux concepts déjà vus en transfert de chaleur. Entre deux domaines respectivement à la température  $T_1$  et  $T_2$ , le flux  $\Phi$  transitant dans un tube de flux entre ces deux domaines est égal à  $(T_1 - T_2) / R$ ,  $R$  étant la résistance thermique entre ces deux domaines.

**En conduction** pure, la résistance thermique entre deux plans parallèles de surface  $dS$  est  $e/\lambda.dS$ , alors que pour un tube de longueur  $dx$  et de rayons extérieur  $r_2$  et intérieur  $r_1$ , cette résistance thermique s'écrit :

$$\frac{1}{2 \pi \lambda dx} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

**En convection** cette résistance thermique pour une surface  $dS$  a pour expression  $1/h.dS$

Dans les échangeurs, nous avons simultanément des transferts par conduction et par convection. Les différentes résistances étant en série, il suffit d'additionner toutes les résistances mises en jeu.

Par exemple, pour une plaque plane (épaisseur  $e$ , conductivité  $\lambda$ ) séparant 2 fluides 1 et 2 dont les coefficients d'échanges superficiels sont respectivement  $h_1$  et  $h_2$ , la résistance mise en jeu pour une surface  $dS$  est alors :

$$dR_T = \frac{1}{dS} \left( \frac{1}{h_1} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_2} \right)$$

De même, pour un tube de longueur  $dx$ , de rayons extérieur  $r_2$  et intérieur  $r_1$ , cette résistance devient

$$dR_T = \frac{1}{2\pi dx} \left( \frac{1}{h_1 r_1} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{h_2 r_2} \right)$$

*Remarque* : Pour des raisons de commodité, on utilise souvent pour les problèmes plans la notion de résistance surfacique et surtout son inverse la conductance surfacique :

$$K = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_2}}$$

et pour les problèmes cylindriques la notion de résistance linéique et encore plus couramment la conductance linéique:

$$k = 2\pi \frac{1}{\frac{1}{h_1 r_1} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{h_2 r_2}}$$

Si la plaque ou le tube est constitué de plusieurs matériaux, il suffit d'additionner toutes les résistances de ces matériaux.

### 3.2. Efficacité d'un échangeur

L'efficacité d'un échangeur, notion similaire à celle d'un rendement, est très utile pour caractériser la qualité d'un échangeur.

Lorsque l'on cherche à transférer de l'énergie d'un fluide vers un autre, l'échangeur idéal est celui qui permet l'échange maximum.

Par exemple, si le fluide chaud pénètre à la température  $T_{ce}$ , l'idéal serait qu'il sorte de l'échangeur à la température d'entrée du fluide froid  $T_{fe}$ .

L'efficacité d'un échangeur est alors défini par :

$$E = \frac{\text{Puissance thermique réellement échangée}}{\text{Puissance maximale échangeable}} = \frac{\Phi_{\text{réel}}}{\Phi_{\text{max}}}$$

### 3.3. LA CONDUITE CYLINDRIQUE

Lorsqu'un fluide circule dans une conduite cylindrique, deux questions se posent :

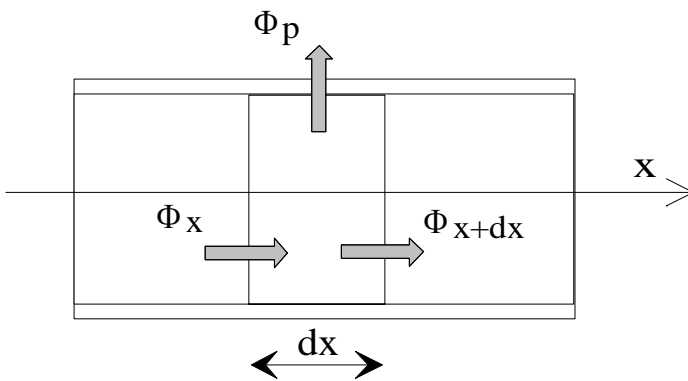
- Quelle est la variation de température du fluide lors de son parcours?
- Quelles sont les pertes thermiques (ou gains) sur toute la longueur du tube?

Les hypothèses d'étude, souvent utilisées pour ce type de problème, sont les suivantes :

- Régime permanent
- Vitesse constante en tout point du fluide (profil des vitesses plat)
- Température du fluide fonction uniquement de  $x$  (isothermes perpendiculaires à l'axe des  $x$ )
- Conduction négligeable dans le fluide
- Caractéristiques thermophysiques du tube ( $\lambda$ ) et des échanges ( $h_1$  et  $h_2$ ) constantes
- Caractéristiques du fluide ( $c$  et  $\rho$ ) constantes
- Température extérieure du tube supposée constante  $T_a$
- Température d'entrée du fluide dans le tube est connue  $T_{fe}$

### 3.3.1. Ecriture du bilan énergétique

Il s'agit de faire le bilan d'un élément de volume fluide + tube et de l'intégrer sur l'ensemble du tube.



L'équation de bilan s'écrit :

$$\Phi_x = \Phi_p + \Phi_{x+dx}$$

avec  $\Phi_x = qm \cdot c \cdot T_x$  débit enthalpique pénétrant dans le volume  $dv$ .

$\Phi_{x+dx} = qm \cdot c \cdot T_{x+dx}$  débit enthalpique sortant du volume  $dv$ .

$\Phi_p = k \cdot (T_x - T_a) dx$  flux perdu par le fluide vers l'extérieur.

*Remarque* : l'équation de bilan peut, si les sens des flux et des fluides étaient inconnus, s'écrire algébriquement.

### 3.3.2. Calcul de $T = f(x)$

L'équation de bilan permet d'accéder facilement à la fonction  $T(x)$

$$Qm \cdot c \cdot T_x = qm \cdot c \cdot T_{x+dx} + k \cdot (T_x - T_a) dx$$

$$\frac{T_{x+dx} - T_x}{T_x - T_a} = -\frac{k}{qm \cdot c} dx$$

$$\text{d'où } T_x - T_a = A e^{-k \cdot x / qm \cdot c}$$

$$\text{pour } x = 0 \quad T_x = T_{fe}$$

$$\text{d'où } T_x = (T_{fe} - T_a) \cdot e^{-k \cdot x / qm \cdot c} + T_a$$

### 3.3.3. Calcul des pertes de chaleur pour l'ensemble du tube $\Phi_p$

On pourrait sommer tous les flux perdus sur la longueur du tube, c'est à dire utiliser la relation

$$\Phi_p = \int_0^l \Phi_p = \int_0^l K (T_x - T_a) dx$$

Mais il est plus judicieux (et plus simple) d'écrire que les pertes totales correspondent à la différence des débits enthalpiques entrant - sortant

$$\Phi_p = qm \cdot c \cdot (T_{fe} - T_{fl})$$

$T_{fl}$  correspond à la température du fluide à l'abscisse  $l$  c'est à dire en sortie, température facilement calculable par la fonction  $T(x)$

Cette façon de procéder (état entrée - état sortie) sera souvent utilisée et très facile à mettre en œuvre.

## 3.4. ECHANGEURS A TUBES COAXIAUX OU A PLAQUES

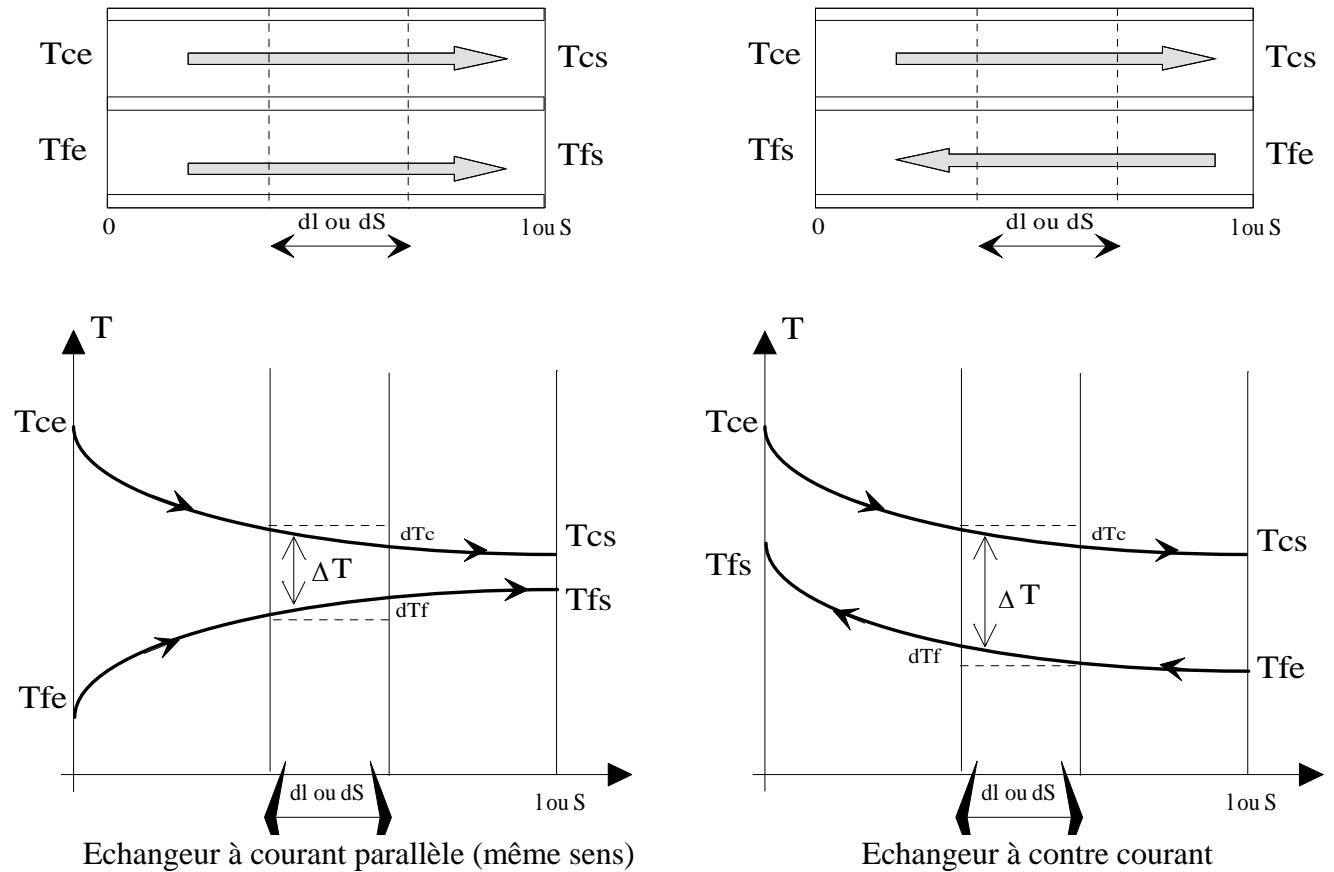
### 3.4.1. Position du problème

C'est la situation où 2 fluides circulent l'un par rapport à l'autre afin d'assurer des transferts d'énergie.

Que ce soit un échangeur à plaques ou à tubes coaxiaux, les équations mises en jeu sont similaires. Seules les résistances thermiques changent.

Les deux fluides froid (indice  $f$ ) et chaud (indice  $c$ ) peuvent circuler parallèlement dans le même sens ou en sens contraire (contre courants). La variation de température dans le fluide est alors très différente.

avec  $T_{fe}$  : température d'entrée du fluide froid  
 $T_{fs}$  : température de sortie du fluide froid  
 $T_{ce}$  : température d'entrée du fluide chaud  
 $T_{cs}$  : température de sortie du fluide chaud



### 3.4.2. Les équations d'échange

Pour ces échangeurs (plaque ou tube) à contre courant ou à même sens le flux échangé pour un élément s'écrit :

$$d\Phi = K \cdot dS (T_c - T_f) \text{ pour un échangeur plan}$$

$$\text{ou } k \cdot dx (T_c - T_f) \text{ pour un échangeur tube}$$

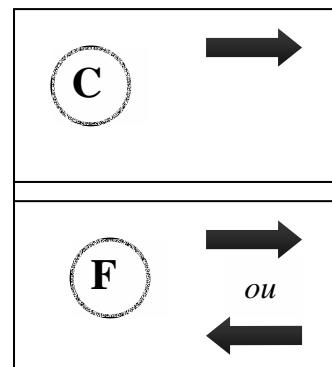
K et k étant respectivement les conductances surfaciques ou linéiques de l'échangeur. Dans la suite de ce document nous évoquerons l'échangeur à plaque en sachant que tous les résultats peuvent être transposés à l'échangeur tube.

### 3.4.3. Méthode du DTLM (Différence de Température Logarithmique Moyenne)

#### Bilan d'un élément du surface dS

- Quantité de chaleur perdue par le fluide chaud  $d\Phi = - qm_c \cdot C_{mc} dT_c$
- Quantité de chaleur gagnée par le fluide froid  $d\Phi = \pm qm_f \cdot C_{mf} dT_f$

(- pour un écoulement à contre courant  
 + pour un écoulement à courant de même sens)



- Flux transmis par la plaque du fluide vers le fluide froid  
 $d\Phi = K.dS. (T_c - T_f)$

Le bilan s'écrit :

$$d\Phi = K.dS. (T_c - T_f) = -q_{m_c}. C_c. dT_c = \pm q_{m_f}. C_f. dT_f$$

En exprimant, à partir des 2 deuxièmes termes, l'écart de température on obtient :

$$d\Phi = -\frac{dT_c}{\frac{-1}{q_{m_c}.c_c}} = \frac{dT_f}{\pm \frac{1}{q_{m_f}.c_f}} = -\frac{d(T_c - T_f)}{\frac{1}{q_{m_c}.c_c} \pm \frac{1}{q_{m_f}.c_f}}$$

$$K.dS. (T_c - T_f) = -\frac{d(T_c - T_f)}{A} \quad \text{avec } A = \frac{1}{q_{m_c}.c_c} \pm \frac{1}{q_{m_f}.c_f}$$

$$\frac{d(T_c - T_f)}{T_c - T_f} = -A.K.dS$$

$$[\ln \Delta T]_a^b = -A.K [S]_0^{ST} \quad \begin{array}{l} a \text{ correspond à } S = 0 \\ b \text{ correspond à } S = ST \end{array}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{K.S_T} \ln \frac{\Delta T_a}{\Delta T_b}$$

Le flux échangé pour l'élément dS s'écrivait

$$d\Phi = -\frac{d(T_c - T_b)}{A}$$

$$[\Phi]_a^b = \frac{1}{A} (\Delta T_a - \Delta T_b)$$

En remplaçant A par sa valeur on obtient le flux total échangé :

$$\Phi = K.S_T \frac{(\Delta T_a - \Delta T_b)}{\ln \frac{\Delta T_a}{\Delta T_b}} = K.S_T . \overline{\Delta T}$$

$\overline{\Delta T}$  est la moyenne logarithmique des températures.

### Généralisation à des échangeurs réels

Pour des échangeurs réels

#### *Conclusion*

La méthode du DTLM si elle est simple à mettre en œuvre demande la connaissance des 4 températures... or seules les 2 températures d'entrée des fluides sont généralement connues.

### 3.5. METHODE DU NUT (NOMBRE D'UNITE DE TRANSFERT)

#### 3.5.1. Principe

Cette méthode s'appuie sur la notion d'efficacité. En effet si l'on peut calculer ou mesurer l'efficacité d'un échangeur, connaissant le flux maximal échangeable  $\Phi_{\max}$ , on peut obtenir le flux réel échangé  $\Phi_{\text{réel}}$ .

Le flux maximum échangeable s'écrit :

$$\Phi_{\max} = qm.c (T_{ce} - T_{fe})$$

Si les deux fluides ont des débits et chaleur massiques différentes ce flux est alors

$$\Phi_{\max} = (qm.c)_{\min} (T_{ce} - T_{fe})$$

Le flux réel s'obtient alors simplement par

$$\Phi_{\text{réel}} = E \cdot \Phi_{\max}$$

Généralement, les débits et natures des deux fluides sont connus. Les températures d'entrée des 2 fluides sont connues. Reste à estimer l'efficacité de l'échangeur.

Son calcul est simple pour des échangeur simples (tubes, plan, etc...) ; par contre pour des formes plus complexes son calcul devient impossible. Seule l'expérimentation est susceptible de donner des résultats fiables.

Cette efficacité est fonction de trois grandeurs :

$$E = f \left( \frac{K.S_T}{(qm.c)_{\min}}, \frac{(qm.c)_{\min}}{(qm.c)_{\max}}, \text{type d'écoulement} \right)$$

Le terme  $\frac{K.S_T}{(qm.c)_{\min}}$  est appelé Nombre d'Unité de Transfert (NUT) et est sans dimensions.

Des abaques issues de calculs théoriques ou d'expérimentations permettent d'obtenir l'efficacité de l'échangeur et donc le flux réel échangé.

#### 3.5.2. Application au tube simple

## 4. BIBLIOGRAPHIE

**Heat Exchangers Design.** Frass A.P. et Ozisik M.N. Wiley 1965

**Compact Heat Exchangers.** Kays W.M. London AL Mc Graw Hill 1964

**Initiation aux transferts thermiques** J.F. Sacadura Technique et documentation 1993



*Transferts de masse et Echangeurs*

# **EXERCICES**

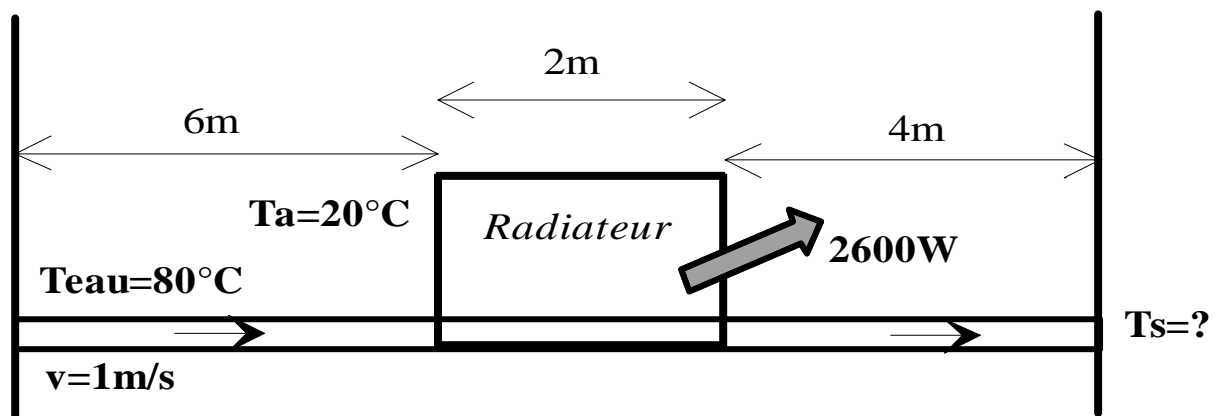
## *Etude d'un réseau de chauffage*

Un local, dont la température de l'air est de  $20^{\circ}\text{C}$ , est chauffé par un radiateur en fonte qui dissipe une puissance de  $2600\text{ W}$ . Ce radiateur est alimenté en eau chaude par un tuyau de  $6\text{ m}$  pour le circuit aller et de  $4\text{ m}$  pour le circuit retour.

Quelle est la puissance  $P$  totale réellement dissipée dans le local ?

Quelle est la température  $T_s$  de sortie de l'eau ?

- la température de l'eau à l'entrée du local est de  $80^{\circ}\text{C}$
- la vitesse moyenne  $v$  de l'eau dans la conduite est de  $1\text{ m/s}$
- les caractéristiques du tube sont les suivantes :
  - Diamètre extérieur  $30\text{ mm}$
  - Diamètre intérieur  $25\text{ mm}$



## Echangeur plan

Un échangeur de chaleur comprend une paroi métallique de forme rectangulaire qui sépare deux fluides circulant à des températures différentes. Les caractéristiques géométriques de la paroi sont les suivantes : longueur  $L$ , largeur  $l$ , épaisseur  $e$ .

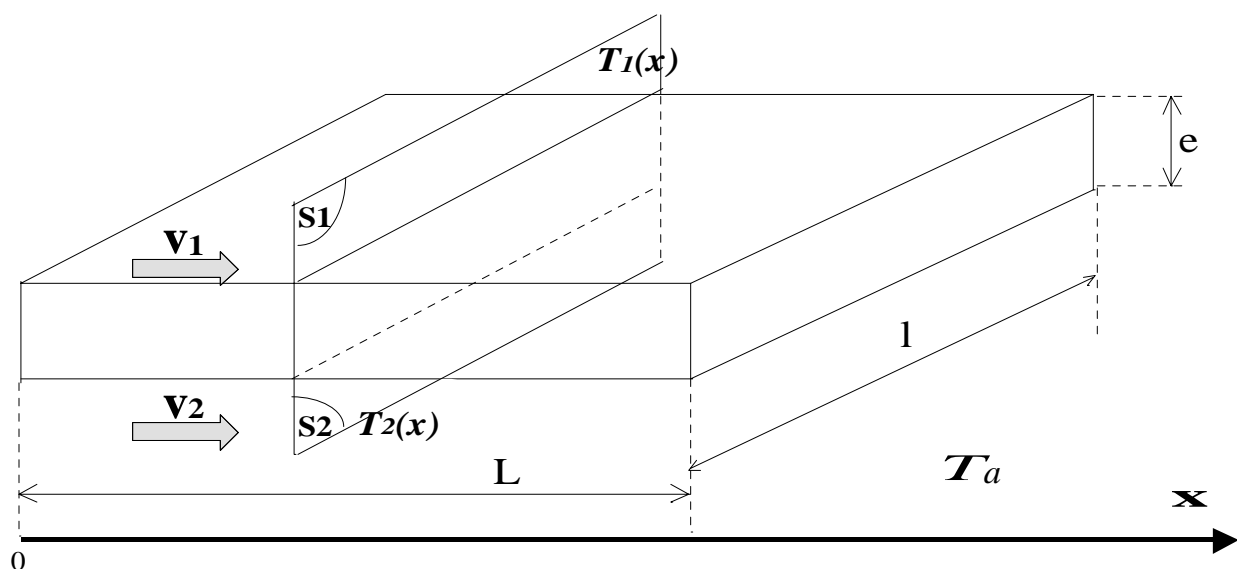
On désigne par  $v_1$  et  $v_2$  les vitesses constantes des deux fluides circulant parallèlement à la plus grande dimension de la paroi.

Soient  $S_1$  et  $S_2$  leurs sections de passage respectives,  $\rho_1$  et  $\rho_2$  les masses volumiques,  $c_1$  et  $c_2$  les chaleurs massiques.

Les échanges de chaleur se font par convection entre les deux fluides et la paroi.

On appelle  $h_1$  et  $h_2$  les coefficients de convection que l'on suppose constants pour toute la surface d'échange.

On admettra que l'on peut appliquer à toute la paroi la formule donnant le flux de chaleur traversant un mur en régime permanent. On supposera de plus que les températures  $T_1(x)$  et  $T_2(x)$  des deux fluides sont uniquement fonction de l'abscisse  $x$  d'une section droite. Pour fixer les idées, on prendra toujours  $T_1(x) > T_2(x)$  pour un  $x$  donné.



- 1) Dans l'hypothèse où les fluides 1 et 2 circulent dans le même sens établir deux équations différentielles reliant  $\frac{dT_1(x)}{dx}$  et  $\frac{dT_2(x)}{dx}$  avec la différence  $T_1(x) - T_2(x)$ .
- 2) Calculer la fonction :  $T_1(x) - T_2(x) = F(x)$   
 $T_1(0)$  et  $T_2(0)$  étant les températures des fluides à l'entrée de l'échangeur, déterminer la constante d'intégration.
- 3) Calculer les températures  $T_1(L)$  et  $T_2(L)$  des deux fluides à la sortie de l'échangeur.
- 4) Examiner le cas où les deux fluides circulent toujours parallèlement à la paroi mais en sens inverse.  
 Comparer les résultats correspondant aux deux types d'écoulement.

## *Etude d'un échangeur de type TUBE-AILETTE*

Une nappe d'échangeur est constituée d'un réseau de tubes parallèles reliés entre eux par des plaques métalliques (figure 1).

Cet échangeur est entièrement immergé dans l'air à la température  $T_a$ . Il sert à refroidir de l'eau dont la température d'entrée dans les tubes  $T_{fe}$  est connue.

Les tubes et les plaques métalliques (appelées ailettes) sont en métal de conductivité thermique  $\lambda$ .

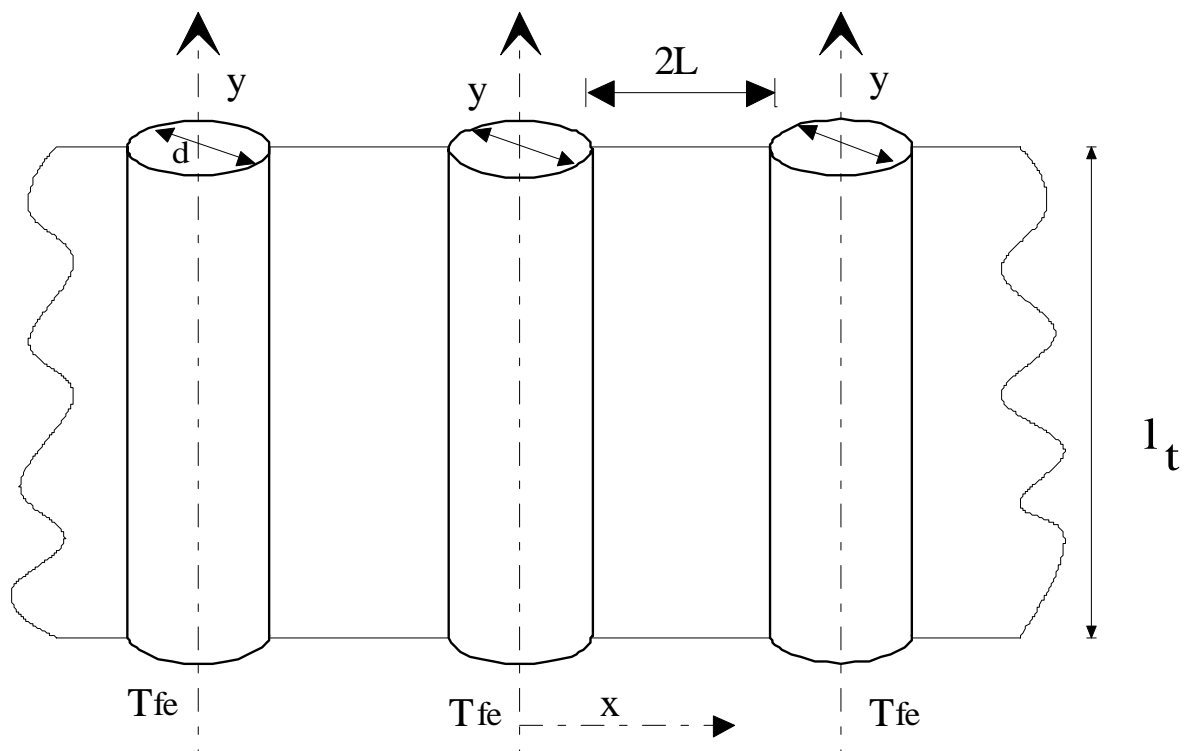
Les plaques ont une épaisseur notée  $e$ .

Le diamètre des tubes est noté  $d$ , leur épaisseur est supposée négligeable.

La distance entre deux tubes (longueur des ailettes) est notée  $2L$ .

Le coefficient d'échange superficiel entre l'air et le métal est constant égal à  $h_e$ . Les échanges superficiels entre l'eau et la surface intérieure des tubes sont supposés parfaits  $h_i \Rightarrow \infty$ .

Dans chaque tube, le débit volumique de l'eau est  $q$ , sa masse volumique est  $\rho$  et sa chaleur massique  $c$ .

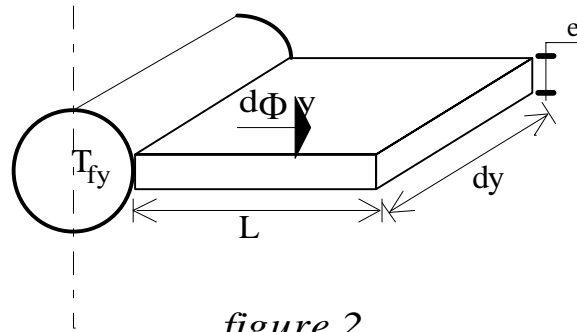


*figure 1*

*Etude d'un échangeur de type TUBE-AILETTE (suite)*

**1. Etude de l'ailette**

En tenant compte de toutes les symétries et en négligeant la conduction dans l'ailette selon  $y$ , on fera dans un premier temps l'étude d'une demi ailette de longueur  $L$  et de largeur  $dy$  située à l'ordonnée  $y$  pour laquelle la température de l'eau est  $T_{fy}$ .(figure 2)



*figure 2*

Donner l'expression du flux  $d\Phi_y$  apporté à l'eau par cette ailette de longueur  $L$  et de largeur  $dy$ . Montrer que ce flux peut s'exprimer sous la forme.

$$d\Phi_y = K.(T_{fy} - T_a).dy$$

**2. Etude d'un tube**

- 2.1. Calculer le flux total apporté à l'eau dans un tube, pour une longueur  $dy$  de celui-ci. Déterminer l'évolution de la température de l'eau  $T_{fy}$  le long du tube.
- 2.2. Donner l'efficacité de l'échangeur
- 2.3. Exprimer la valeur de la température de l'eau à la sortie de l'échangeur (de longueur  $l_t$ )
- 2.4. Application numérique

$T_a = 0^\circ\text{C}$	$T_{fe} = 50^\circ\text{C}$	$\lambda_{\text{métal}} = 50 \text{ W/m.K}$	$h_e = 25 \text{ W/m}^2.\text{K}$
$e = 2,5 \text{ mm}$	$d = 20 \text{ mm}$	$L = 50 \text{ mm}$	$l_t = 1000 \text{ mm}$
$Q = 50 \text{ l/h}$	$c = 4180 \text{ J/kg.}^\circ\text{C}$		